ΘΕΜΑ 17

Δίνεται η συνάρτηση $\mathrm{f}:\mathbb{R} \quad \mathbb{R}$, $\mathrm{f}(0)=1$, $\mathrm{f}^{/}(0)=0$

και για κάθε $x\in\mathbb{R}$ ισχύουν $\mathrm{f}(x)\neq 0$, $\mathrm{f}(x)\mathrm{f}^{/}(x)=\mathrm{f}^{//}(x)$ **(1)**

Να υπολογίσετε το $\int_{-2}^{-1}\mathrm{f}(x)\mathrm{d}x$

ενδεικτική απάντηση

$\mathrm{f}(x)\neq 0$, f συνεχής , $\mathrm{f}(0)>0 \Rightarrow \mathrm{f}(x)>0$, για κάθε $x\in\mathbb{R}$

Από **(1)** $\Rightarrow \mathrm{f}^{/}(x)\mathrm{f}^{//}(x)\geq 0 \Rightarrow 2\mathrm{f}^{/}(x)\mathrm{f}^{//}(x)\geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow ((\mathrm{f}^{/}(x))^{2})^{/}\geq 0$, η συνάρτηση g , με $g(x)=(\mathrm{f}^{/}(x))^{2})$ είναι

γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$, με $g(0)=0$, με $x\leq 0 \Rightarrow g(x)\leq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (\mathrm{f}^{/}(x))^{2})\leq 0 \Rightarrow (\mathrm{f}^{/}(x))^{2}=0 \Rightarrow \mathrm{f}^{/}(x)=0 \Rightarrow \mathrm{f}(x)=\mathrm{C}$

άρα $\mathrm{f}(x)=1$, για κάθε $x\in(-\infty,0]$, οπότε $\int_{-2}^{-1}\mathrm{f}(x)\mathrm{d}x=1$