Να χαρακτηρίσετε ΨΕΥΔΗ (παράδειγμα) ή ΑΛΗΘΗ (απόδειξη) κάθε ένα από τους παρακάτω ισχυρισμούς και να αιτιολογήσετε την απάντησης σας

1. « Όταν οι συναρτήσεις f, g είναι γνησίως μονότονες και έχουν διαφορετικό είδος μονοτονίας , τότε η συνάρτηση $g \circ f$ είναι γνησίως φθίνουσα »

2. «Όταν οι C_f, C_g είναι συμμετρικές ως προς την $y = x$ τότε η μια είναι αντίστροφη της άλλης »

3. « Αν $\lim\limits_{x \to \alpha}(f(x)+g(x)) = \rho \in \mathbb{R}$, τότε ή $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) \in \mathbb{R}$ ή $\lim\limits_{x \to \alpha} g(x) \in \mathbb{R}$ »

4. « Αν $\lim\limits_{x \to \alpha}(f(x) \cdot g(x)) = \rho \in \mathbb{R}$, τότε ή $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) \in \mathbb{R}$ ή $\lim\limits_{x \to \alpha} g(x) \in \mathbb{R}$ »

5. « Αν $f(x) \leq g(x)$, κοντά στο $\alpha \in \mathbb{R}$, τότε $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) \leq \lim\limits_{x \to \alpha} g(x))$ »

6. « Αν $\alpha < f(x) < \beta$,τότε $\lim\limits_{x \to \rho}[\eta\mu(x-\rho)f(x)] = 0$ »

7. « Αν $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) \in \mathbb{R}$ και $\lim\limits_{x \to \alpha} g(x) \in \mathbb{R}$ και ισχύει $f(x) < g(x)$ κοντά στο $\alpha \in \mathbb{R}$, τότε $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) \leq \lim\limits_{x \to \alpha} g(x))$ »

8. « Αν $\lim\limits_{x \to \alpha} |f(x)| = 0$,τότε $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) = 0$ »

9. « Αν $\lim\limits_{x \to \alpha} f^2(x) = 0$,τότε $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) = 0$ »

10. « Αν $\lim\limits_{x \to \alpha}[f^2(x)+g^6(x)] = 0$,τότε $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) = 0$ »

11. « Αν $\lim\limits_{x \to \alpha}[f^2(x)+g^5(x)] = 0$,τότε $\lim\limits_{x \to \alpha} f(x) = 0$ »

12. « Αν $\lim\limits_{x\to\alpha}[f(x)+g(x)]=0$ και $\lim\limits_{x\to\alpha}[f(x)g(x)]=0$,τότε $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)=0$ »

13. « Αν η συνάρτηση f^2 είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ τότε και η f είναι συνεχής στο Δ »

14. « Αν η συνάρτηση f^3 είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ , τότε και η f είναι συνεχής στο Δ »

15. « Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$ και $f(\alpha)f(\beta)>0$, τότε $f(x)\neq 0$, για κάθε $x\in[\alpha,\beta]$ »

16. « Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $[\alpha,\beta]$ και $f(\rho)=0, \rho\in(\alpha,\beta)$, τότε $f(\alpha)f(\beta)<0$ »

17. « Αν η συνάρτηση f^2 είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ τότε και η f είναι παραγωγίσιμη στο Δ »

18. « Αν η συνάρτηση f παραγωγίζεται στο $[\alpha,\beta]$ με $f(\beta)<f(\alpha)$,τότε υπάρχει $x_0\in(\alpha,\beta)$ τέτοιο ώστε $f'(x_0)<0$.»

19. « Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν στο x_0 σημείο καμπής τότε και η $h=f\cdot g$ έχει στο x_0 σημείο καμπής.»

20. « Η συνάρτηση $f(x)=\alpha x^3+\beta x^2+\gamma x+\delta$ με $\alpha,\beta,\gamma,\delta\in\mathbb{R}$ και $\alpha\neq 0$, έχει πάντα ένα σημείο καμπής.»

21. « Η γραφική παράσταση μιας πολυωνυμικής συνάρτησης άρτιου βαθμού έχει πάντοτε οριζόντια εφαπτομένη.»

22. « Η γραφική παράσταση μιας πολυωνυμικής συνάρτησης περιττού βαθμού έχει πάντοτε οριζόντια εφαπτομένη»

23. « Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο $[\alpha,\beta]$ με $f(\alpha)=g(\alpha)$ και $f(\beta)=g(\beta)$, τότε υπάρχει $x_0 \in (\alpha,\beta)$ τέτοιο, ώστε οι εφαπτόμενες στα σημεία $A(x_0, f(x_0))$ και $B(x_0, g(x_0))$ να είναι παράλληλες.»

24. « Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο $[\alpha,\beta]$ με $f(\alpha)=g(\beta)$ και $f(\beta)=g(\alpha)$, τότε υπάρχει $x_0 \in (\alpha,\beta)$ τέτοιο, ώστε οι εφαπτόμενες στα σημεία $A(x_0, f(x_0))$ και $B(x_0, g(x_0))$ να είναι παράλληλες.»

25. « Όταν η συνάρτηση $f+g$ είναι γνησίως αύξουσα , τότε μια τουλάχιστον από τις συναρτήσεις f, g είναι γνησίως αύξουσα »

26. « Όταν η συνάρτηση $f+g$ είναι $''1-1''$, τότε μια τουλάχιστον από τις συναρτήσεις f, g είναι $''1-1''$»

27. « Όταν η συνάρτηση $g o f$ είναι $''1-1''$, τότε και η συνάρτηση f είναι $''1-1''$»

28. « Όταν οι συνναρτήσεις f, g είναι $''1-1''$, τότε και η συνάρτηση $g o f$ είναι $''1-1''$»

29. « Όταν οι συναρτήσεις f, g ιέχουν πεδίο ορισμού και σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$ και η συνάρτηση $g o f$ είναι $''1-1''$, τότε και η g είναι $''1-1''$»

30. « Όταν οι συναρτήσεις f, g είναι γνησίως μονότονες και έχουν το ίδιο είδος μονοτονίας τότε η συνάρτηση $g o f$ είναι γνησίως αύξουσα »

31. « Όταν η συνάρτηση $f \cdot g$ είναι $''1-1''$,τότε μια τουλάχιστον από τις συναρτήσεις f, g είναι $''1-1''$ »